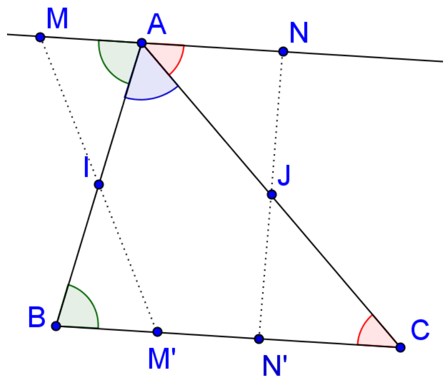
LES ANGLES

I. SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE :

Propriété : **La somme des trois mesures des angles d'un triangle vaut 180°.**

DEMONSTRATION



Traçons une droite (MN) parallèle à $[BC]$ passant par le point A.

Considérons le point I milieu du segment $[AB]$.

La symétrie centrale conserve les angles,

→ donc l'angle $\widehat{BAM}$ est égal à l'angle $\widehat{ABC}$.

De même en considérant le point J milieu du segment $[AC]$:

→ l'angle $\widehat{CAN}$ est égal à l'angle $\widehat{ACB}$.

Les points M, A, N sont alignés donc $\widehat{MAN} = 180°$.

Ainsi : $\widehat{MAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAN} = 180°$.

Or : $\widehat{MAB} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{CAN} = \widehat{ACB}$.

Donc : $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$: **la somme des angles du triangle ABC vaut 180°**.

II. TRIANGLES PARTICULIERS

1/ TRIANGLE RECTANGLE

Propriété : **Si un triangle est rectangle, alors les deux angles adjacents à son hypoténuse sont complémentaires** (leur somme vaut 90°).

Propriété : **Si la somme de deux angles d'un triangle vaut 90°, alors ce triangle est rectangle.**

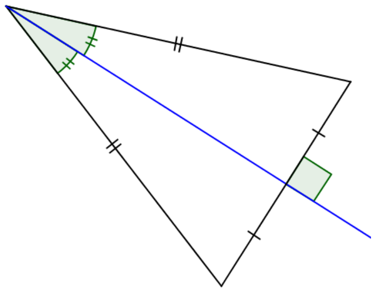
2/ TRIANGLE ISOCÈLE

Définition : Un triangle est dit isocèle lorsqu'il possède **deux côtés de même longueur**.
Le côté opposé à son **sommet principal** est appelé sa **base**.

Propriété : **Si un triangle est isocèle, alors les deux angles adjacents à sa base ont même mesure.**

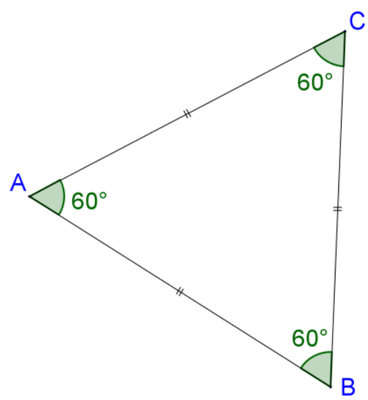
Propriété : **Si deux angles d'un triangle sont de même mesure, ce triangle est isocèle.**

→ si on connaît la mesure d'un angle d'un triangle isocèle, on peut calculer tous ses angles.



Propriété : Si un triangle est **isocèle**, alors **les trois droites remarquables issues de son sommet principal et la médiatrice de la base sont confondues** (elles forment l'axe de symétrie de ce triangle).

3/ TRIANGLE ÉQUILATÉRAL



Définition : Un triangle est dit équilatéral lorsqu'il possède **trois côtés de même longueur**.

Propriété : **Si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles ont une mesure de 60°.**

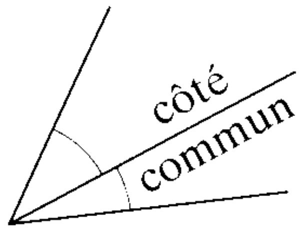
Propriété : **Si les trois angles d'un triangle mesurent 60°, alors ce triangle est équilatéral.**

Propriété : Si un triangle est équilatéral, alors **les trois droites remarquables issues de chaque sommet et la médiatrice du côté opposé sont confondues** (elles forment les trois axes de symétrie de ce triangle).

III. Vocabulaire des angles

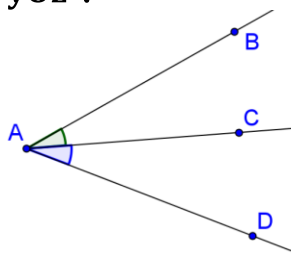
1) Angles adjacents.

Définition : Deux angles sont **adjacents** lorsque :
- ils ont le même sommet ;
- ils ont un côté commun ;
- ils sont de part et d'autre de ce côté.



Propriété : Si deux angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents, alors $\widehat{xOz} = \widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$.

***Exemple* :** On donne $\widehat{BAC} = 26°$ et $\widehat{CAD} = 17°$. Calculer $\widehat{BAD}$.



Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ sont adjacents, donc : $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD}$

soit : $\widehat{BAD} = 26 + 17 = 43°$

2) Angles complémentaires, angles supplémentaires

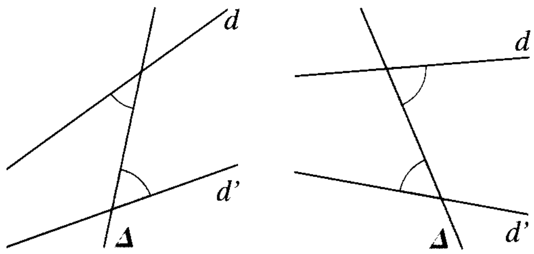
Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90°.

Deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180°.

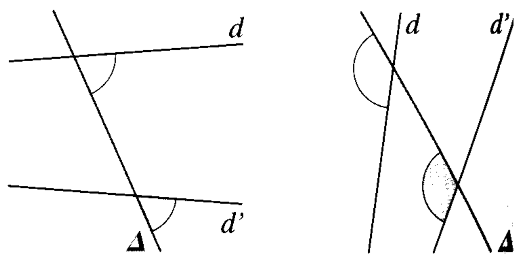
3) Angles alternes-internes, angles correspondants

Deux droites coupées par une sécante forment avec cette sécante deux paires d'angles **alternes-internes** et quatre paires d'angles **correspondants.**

Deux angles sont **alternes-internes** lorsqu'ils sont situés :
- de part et d'autre de la droite Δ ;
- entre les droites d et d'.

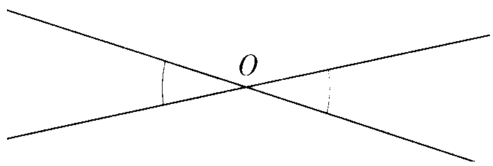


Deux angles sont **correspondants** lorsqu'ils sont situés :
- d'un même côté de la droite Δ ;
- l'un entre les droites d et d', l'autre pas.



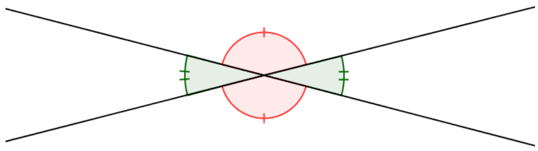
4) Angles opposés par le sommet.

Deux angles **opposés par le sommet** sont deux angles :
- qui ont le même sommet ;
- dont les côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.



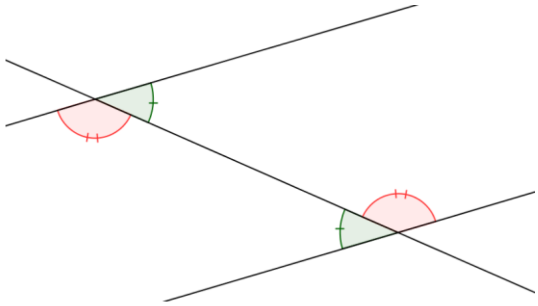
IV. PROPRIÉTÉS

1) Angles opposés par le sommet.



Propriété : Les angles opposés par le sommet sont égaux.

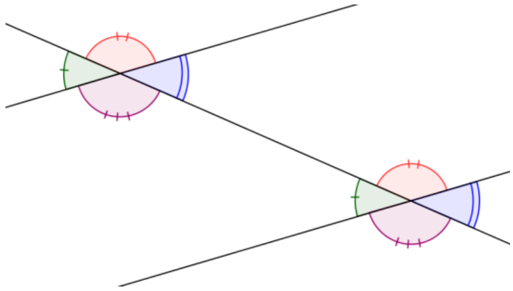
2) Angles alternes-internes.



Propriété
Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes-internes d'une même paire sont égaux.

Propriété
Si deux droites coupées par une sécante font apparaître des angles alternes-internes égaux, alors ces deux droites sont parallèles.

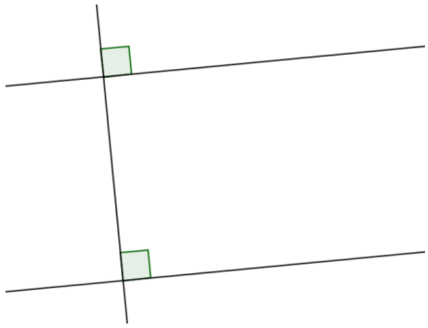
3) Angles correspondants.



Propriété
Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles correspondants d'une même paire sont égaux.

Propriété
Si deux droites coupées par une sécante font apparaître des angles correspondants égaux, alors ces droites sont parallèles.

Cas particulier : **Angles droits**



Propriété
Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.

Propriété
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles ont parallèles.